

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

In ambiente urbano, il problema delle riflessioni può in molti casi essere complicato dalla presenza della diffrazione che è data dal fatto che il raggio, che ha un suo volume, va a interagire non solo con le superfici omogenee ma interagisce anche con oggetti disomogenei come spigoli, punte o oggetti a cupola.

Trattare un problema di interazione di campo elettromagnetico con un palazzo è molto complicato.

È possibile però riuscire a tirar fuori una soluzione funzionante in modo abbastanza semplice sulla base del fatto che io posso considerare il collegamento che interferisce con quel palazzo come collegamento che avviene tramite uno o più raggi ognuno dei quali interagisce separatamente con una porzione relativamente piccola dell'oggetto.

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Per cui questa interazione può essere trattata considerando un certo numero di casi canonici e poi mettendoli assieme.

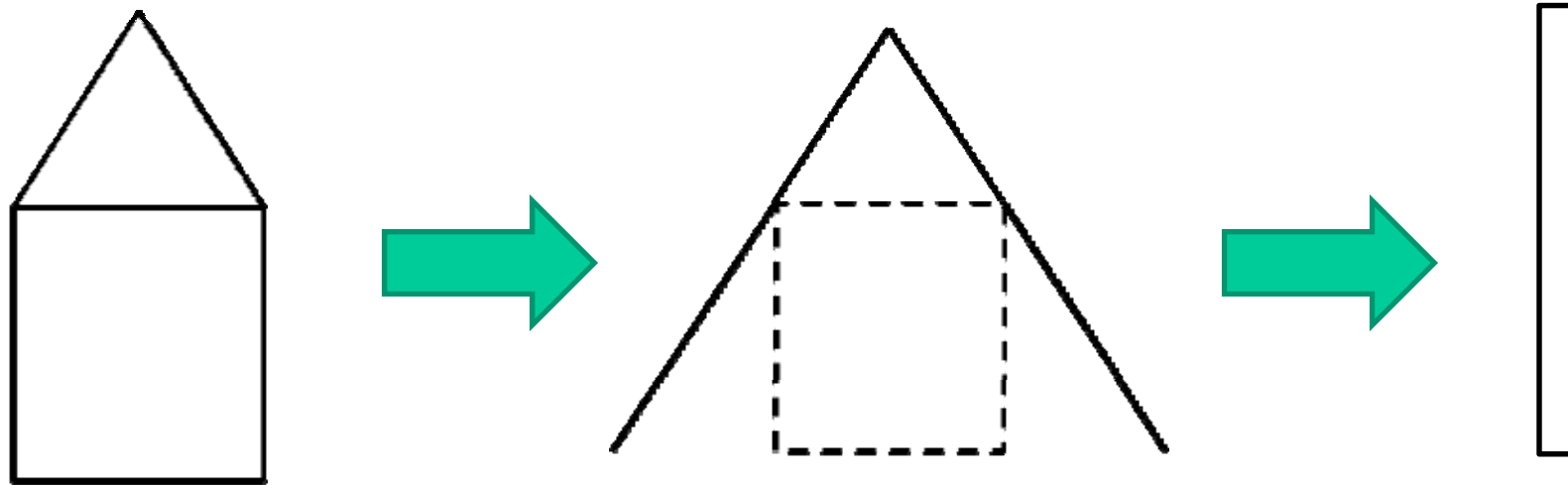
I casi canonici sono fondamentalmente:

- L'interazione di un raggio con un semipiano
- L'interazione di un raggio con un angolo a 90°
- L'interazione di un raggio con una cuspid
- Altri casi di questo tipo.

Quello che si fa normalmente è domandarsi cosa succede in questi casi canonici e si applica il più verosimile al problema da affrontare tirando fuori una soluzione ragionevole.

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Per esempio nel caso si abbia a che fare con case col tetto che viste in sezione sono fatte in questo modo:



Se il trasmettitore è abbastanza in alto ci si aspetta che l'interazione principale avvenga con il vertice del tetto.

Allora si potrebbe considerare la casa come se fosse un diedro:

Oppure si potrebbe semplificare ulteriormente e considerare solo un semipiano verticale in corrispondenza del vertice del tetto.

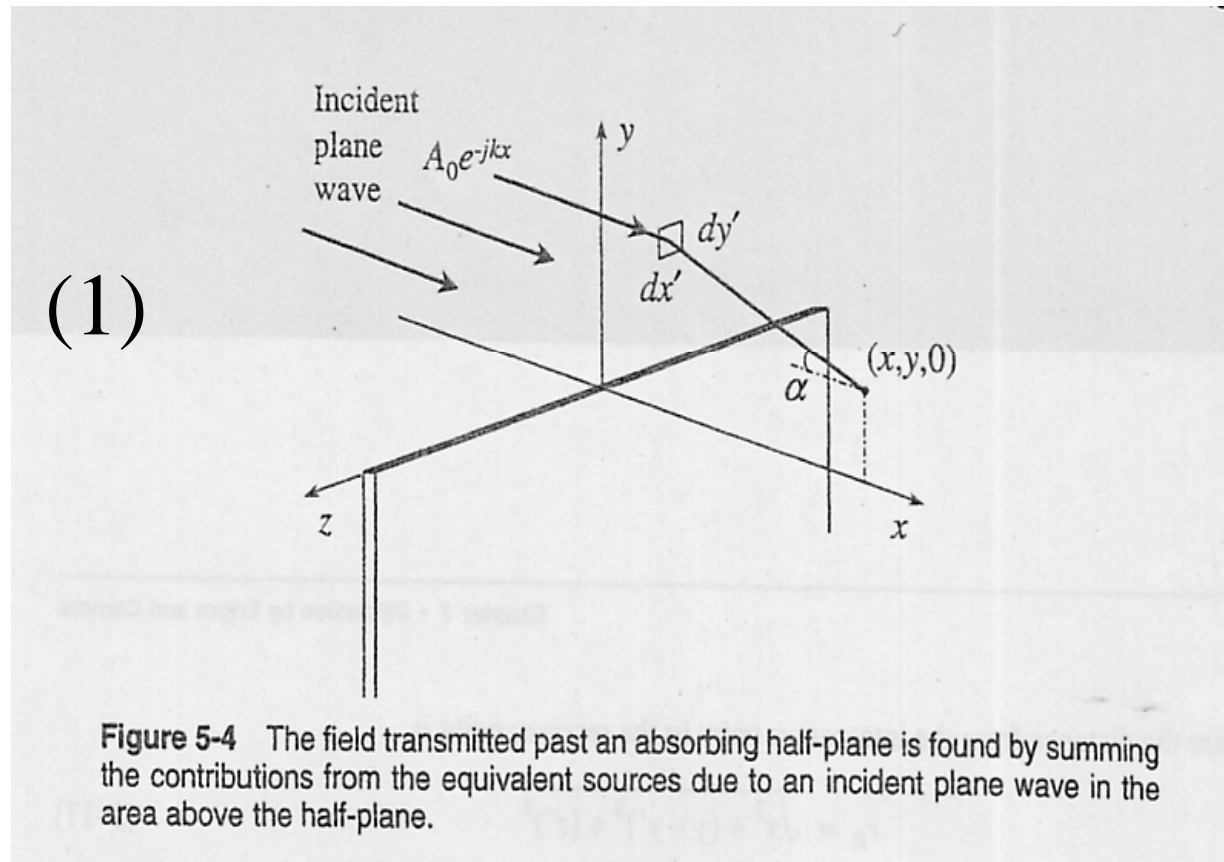
DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Diffrazione di onda piana da semipiano assorbente

Se l'onda si propaga lungo l'asse x , $\alpha'=0$ e la componente z del campo incidente avrà una dipendenza spaziale data da:

Campo Incidente:

$$\left. \begin{matrix} E_z^{inc} \\ H_z^{inc} \end{matrix} \right\} = A_0 \cdot e^{-jkx} \quad (1)$$



DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Diffrazione di onda piana da semipiano assorbente

I campi diffratti dallo schermo possono essere ottenuti assumendo che i campi immediatamente a destra dello schermo siano: per $y>0$, quelli dell'onda piana incidente; per $y<0$, si assume che i campi siano nulli.

Per la simmetria di traslazione lungo z , non si perde in generalità se i punti del ricevitore sono supposti giacere sul piano $z=0$.

Con le precedenti assunzioni, il campo diffratto dal piano è dato da:

Campo Diffratto dal Piano: $\left[\text{con } r_R = \sqrt{x^2 + (y - y')^2 + (z')^2} \right]$

$$\left. \begin{array}{l} E_z(x, y, 0) \\ H_z(x, y, 0) \end{array} \right\} = A_0 \cdot \frac{jk}{4\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{e^{-jkr_R}}{r_R} dz' dy' \quad (2)$$

dove r_R è la distanza fra il punto di integrazione ed il punto di ricezione, in cui nei termini $(z-z')^2$ e $(x-x')^2$ si è posto $z=0$ (scelgo il ricevitore sul piano xy), e $x'=0$ (le sorgenti equivalenti giacciono sul piano $x'=0$).

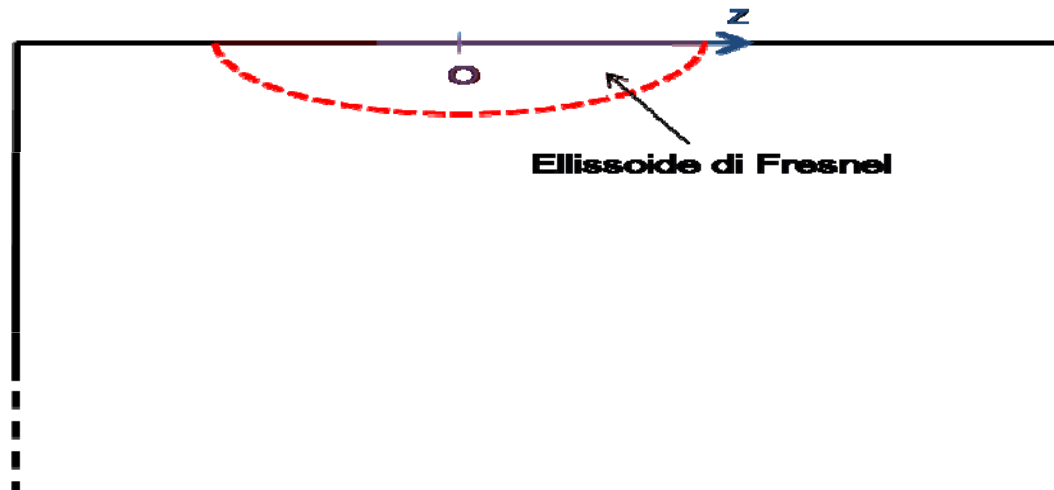
DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Diffrazione di onda piana da semipiano assorbente

Per l'integrale rispetto a z' della (2) si ricordi che il contributo principale all'integrale proviene da una regione in z' , data dalla zona di Fresnel, che è piccola rispetto ad x per $x \gg \lambda$.

Il centro di questa regione è il punto di fase stazionaria, dove la derivata dell'esponente k^*r_R rispetto alla variabile z' si annulla.

All'interno di tale regione, che fornisce il contributo principale all'integrale rispetto a z' nella (2), i termini $\cos\alpha$ ed r_R (solo a denominatore) di (2) varieranno di poco e possono essere considerati costanti.



DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Diffrazione di onda piana da semipiano assorbente

Dato che però r_R potrà variare, al variare di z' , di parecchie lunghezze d'onda, nel termine esponenziale esso andrà espanso fino al secondo ordine, cioè si dovrà porre ad esponenziale:

$$r_R \cong (z' \text{ piccolo}) \cong \rho_R + \frac{(z')^2}{2\rho_R} \quad \text{con} \quad \rho_R = \sqrt{x^2 + (y - y')^2}$$

Con le precedenti approssimazioni, l'integrale in z' si riduce a:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{e^{-jkr_R}}{r_R} dz' &\cong (1 + \cos \alpha) \frac{e^{-jk\rho_R}}{\rho_R} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jk \frac{(z')^2}{2\rho_R}} dz' = \\ &= (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{e^{-jk\rho_R}}{\rho_R} \cdot e^{-j\pi/4} \cdot \sqrt{\frac{2\pi\rho_R}{k}} \quad \left(Z = \sqrt{\frac{\beta}{2\rho_R}} z' \right) \rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jZ^2} dZ = \sqrt{\pi} e^{-j\frac{\pi}{4}} \end{aligned}$$

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Diffrazione di onda piana da semipiano assorbente

Sostituendo la precedente espressione nella (2), si ha il campo nel punto di ricezione:

Campo nel punto di ricezione:

$$\left. \begin{array}{l} E_z(x, y, 0) \\ H_z(x, y, 0) \end{array} \right\} = A_0 \cdot e^{j\pi/4} \cdot \sqrt{\frac{k}{2\pi}} \cdot \int_0^{\infty} (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{e^{-jk\rho_R}}{\sqrt{\rho_R}} dy' \quad (3)$$

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Diffrazione di onda piana da semipiano assorbente

L'integrazione rispetto ad y' dipende dalla posizione dei punti di ricezione rispetto al piano.

Vi sono tre casi possibili:

- A) Punti di ricezione completamente interni alla regione $y > 0$ che è **illuminata** dall'onda piana
- B) Punti di ricezione completamente interni alla regione $y < 0$ che è in ombra (**shadow region**)
- C) Punti nella regione di transizione attorno alla zona d'ombra $y = 0$ (**shadow boundary**).

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione illuminata $y > 0$

Il metodo della fase stazionaria può essere utilizzato anche per valutare l'integrazione rispetto ad y' nella (3).

Nel caso della (3), il punto stazionario è il valore $y' = y$, dove la derivata $d\rho_R/dy'$ si annulla.

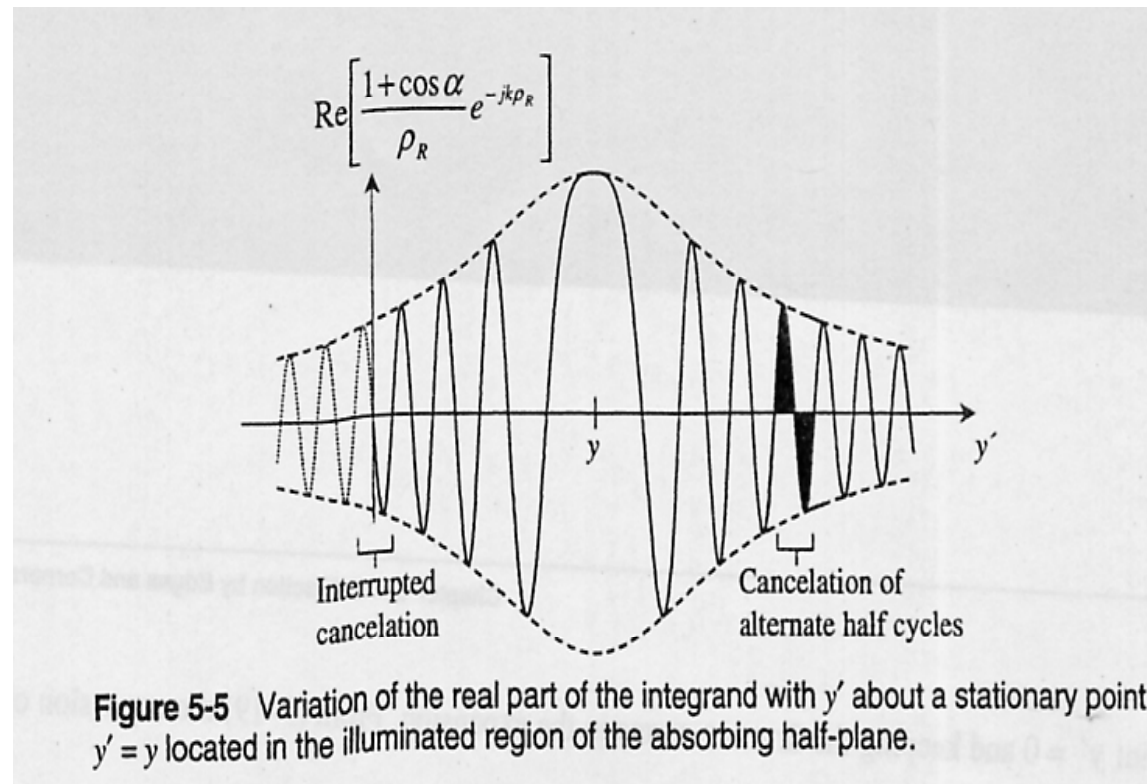
Espandendo al secondo ordine ρ_R attorno al punto di fase stazionaria, si ha (contano solo i valori di y' prossimi ad y , punto a fase stazionaria):

$$\rho_R \cong x + \frac{1}{2x}(y - y')^2$$
$$\rightarrow \frac{\partial \rho_R}{\partial y'} = 2(y - y') = 0 \quad \rightarrow \quad y = y'$$

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione illuminata $y > 0$

A causa della dipendenza quadratica dell'esponente nella precedente espressione di ρ_R , l'esponentiale in (3) oscillerà con una frequenza spaziale che cresce con $|y - y'|$, quindi la parte reale dell'integrando (la parte immaginaria ha un comportamento simile) avrà la dipendenza da y' mostrata in Figura, in cui la curva è disegnata assumendo $x \gg \lambda$, in modo che il termine di ampiezza della (3) vari lentamente rispetto alle oscillazioni.



DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione illuminata $y>0$

Per separare il contributo dovuto al punto di fase stazionaria dal contributo dovuto all'estremo inferiore di integrazione, la (3) può essere riscritta come:

$$\left. \begin{array}{l} E_z(x, y, 0) \\ H_z(x, y, 0) \end{array} \right\} =$$
$$= A_0 \cdot \frac{e^{j\pi/4}}{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{2\pi}} \cdot$$
$$\cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{e^{-jk\rho_R}}{\sqrt{\rho_R}} dy' - \int_{-\infty}^0 (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{e^{-jk\rho_R}}{\sqrt{\rho_R}} dy' \right] \quad (4)$$

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione illuminata $y>0$

Il primo integrale in (4) può essere approssimato utilizzando lo stesso approccio dell'integrazione in z' .

Quindi i termini di ampiezza sono valutati nel punto di fase stazionaria $y'=y$, in cui $\alpha=0$ e $\rho_R=x$, e portati fuori dall'integrale (sono considerati costanti rispetto ad y').

Ad esponente, invece, ρ_R è approssimato con : $\rho_R \cong x + \frac{1}{2x}(y - y')^2$

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{e^{-jk\rho_R}}{\sqrt{\rho_R}} dy' &\cong \\ &\cong \frac{2e^{-jkx}}{\sqrt{x}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\frac{k}{2x}(y-y')^2} dy' = 2e^{-j\pi/4} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{k}} \cdot e^{-jkx} \end{aligned}$$

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione illuminata $y > 0$

Il contributo principale al secondo integrale della (4) proviene dai punti prossimi all'estremo inferiore di integrazione $y'=0$.

Se y è sufficientemente grande da poter considerare il punto di fase stazionaria ben separato dall'estremo inferiore di integrazione, il contributo dovuto a tale estremo può essere approssimato espandendo in serie ρ_R nei termini a esponente, attorno al punto $y'=0$ e prendendo i primi due termini di tale espansione.

Per tale espansione in serie che i termini da considerare sono:

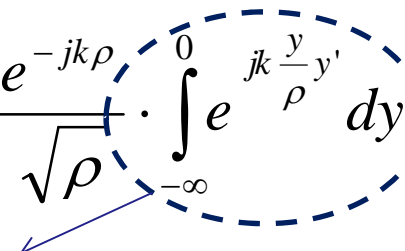
$$\begin{aligned}(\rho_R)^2 &= x^2 + (y - y')^2 = x^2 + y^2 - 2yy' + (y')^2 = \\ \rho_R &= \rho - \frac{y}{\rho} y' \\ &= \rho^2 - 2yy' + (y')^2 \cong \rho^2 - 2yy' \\ \rho_R &\cong \sqrt{\rho^2 - 2yy'} = \rho \sqrt{1 - \frac{2yy'}{\rho^2}} \cong \rho \cdot \left(1 - \frac{y}{\rho^2} y'\right)\end{aligned}$$

dove $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ è la distanza fra il bordo del semipiano ed il punto di ricezione.

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione illuminata $y > 0$

Con la precedente approssimazione, il secondo integrale nella (4) diventa:

$$\int_{-\infty}^0 (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{e^{-jk\rho_R}}{\sqrt{\rho_R}} dy' \cong (1 + \cos \vartheta) \cdot \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \cdot \int_{-\infty}^0 e^{jk \frac{y}{\rho} y'} dy' = \frac{1 + \cos \vartheta}{jk(y/\rho)} \cdot \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}}$$


Se K è complesso con parte immaginaria negativa, $k = \beta - j\alpha$, l'integrale vale $\left[e^{jk \frac{y}{\rho} y'} / \left(jk \frac{y}{\rho} \right) \right]_{-\infty}^0 = 1 / \left(jk \frac{y}{\rho} \right)$

Nella precedente θ è l'angolo fra l'asse x e la linea dal bordo del semipiano al punto di ricezione, tale che $\sin \theta = y/\rho$.

Nel risolvere l'integrale, a k è assegnata una piccola e tendente a zero parte immaginaria negativa (che rende il modello appropriato per descrivere, ad esempio, l'assorbimento atmosferico), per assicurare la convergenza dell'integrale per il limite inferiore (ossia per y' che tende a $-\infty$); tuttavia, dopo che l'integrazione è stata svolta, k può essere considerato reale.

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione illuminata $y>0$

Quindi il campo nella regione completamente illuminata, ossia quella per cui $y>0$, vale:

$$\left. \begin{array}{l} E_z(x, y, 0) \\ H_z(x, y, 0) \end{array} \right\} = A_0 \cdot e^{-jkx} + A_0 \cdot e^{-j\pi/4} \cdot \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \cdot D(\vartheta) \quad (5)$$

dove il coefficiente di diffrazione D è espresso dalla:

$$D(\vartheta) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi k}} \cdot \frac{1 + \cos \vartheta}{2 \sin \vartheta}$$

La (5) fornisce il campo come somma dell'onda piana incidente e di una onda cilindrica che si propaga partendo dallo spigolo del semipiano e che ha una dipendenza dalla direzione data dal termine $D(\theta)$, come indicato in Figura.

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione illuminata $y > 0$

Sullo Shadow Boundary $y=0$ fra la regione illuminata e la regione in ombra, la funzione $D(\theta)$ è singolare.

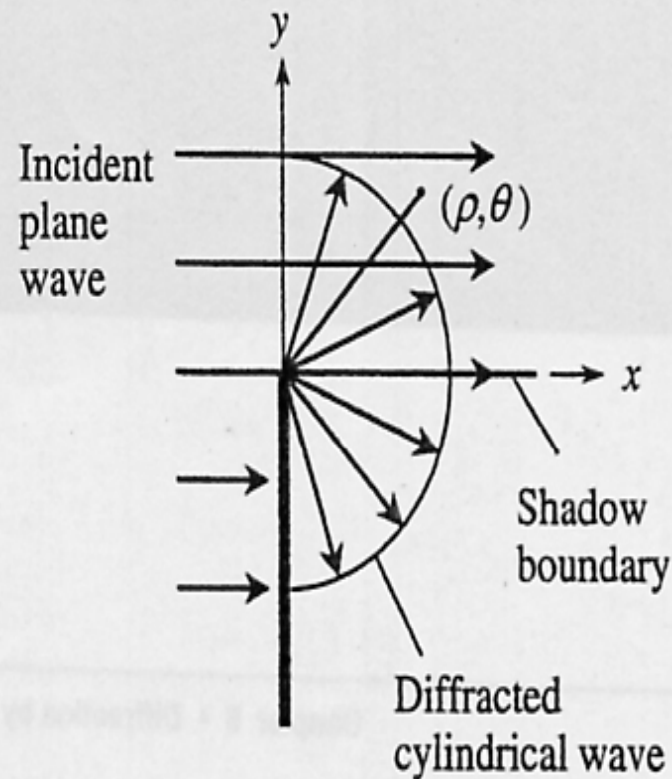


Figure 5-6 Plane wave transmitted past an absorbing half-plane in the illuminated region and the cylindrical wave generated by diffraction at the edge.

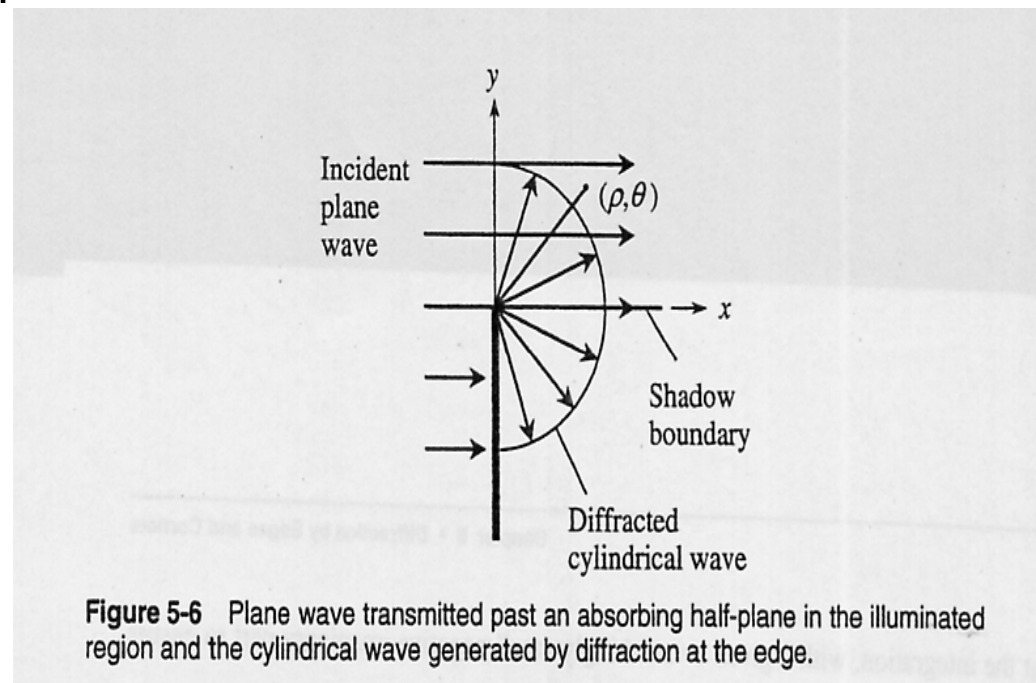
DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione illuminata $y > 0$

Ciò è dovuto al fatto che l'estremo di integrazione e i punti a fase stazionaria nella (4) non sono ben separati (sono molto vicini) e quindi l'approssimazione precedente non è più valida.

Infatti, sostituendo la approssimazione per ρ_R , $\rho_R \cong x + \frac{1}{2x}(y - y')^2$ con $y=0$ nella (3), si vede facilmente che le approssimazioni del punto di fase stazionaria portano ad un valore di $E_z(x, 0+, 0)$ o di $H_z(x, 0+, 0)$ che è la metà del campo di onda piana incidente.

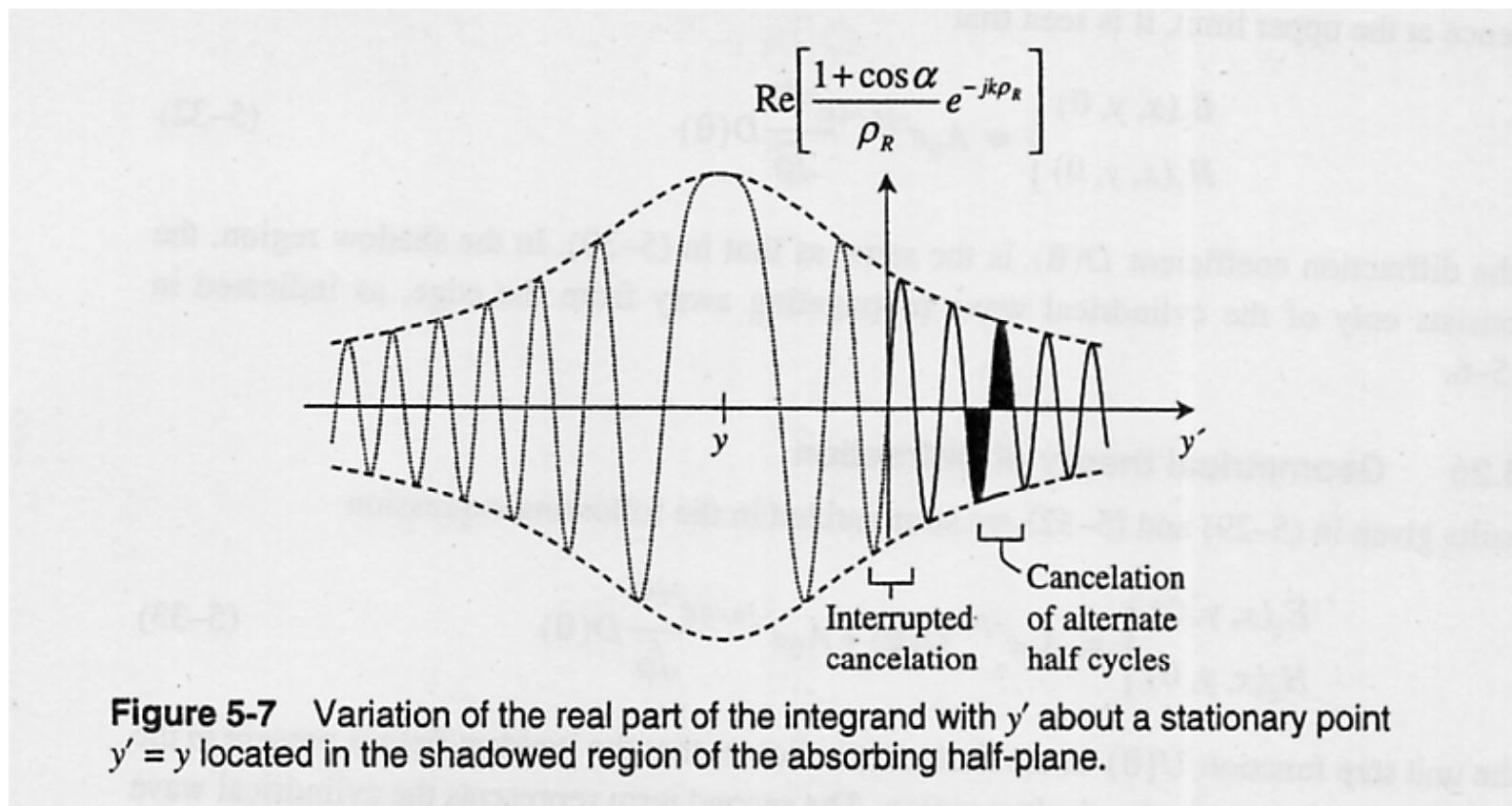
In seguito vedremo come correggere questo coefficiente di diffrazione in modo da rendere il campo finito e continuo nello Shadow Boundary.



DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione in ombra $y < 0$

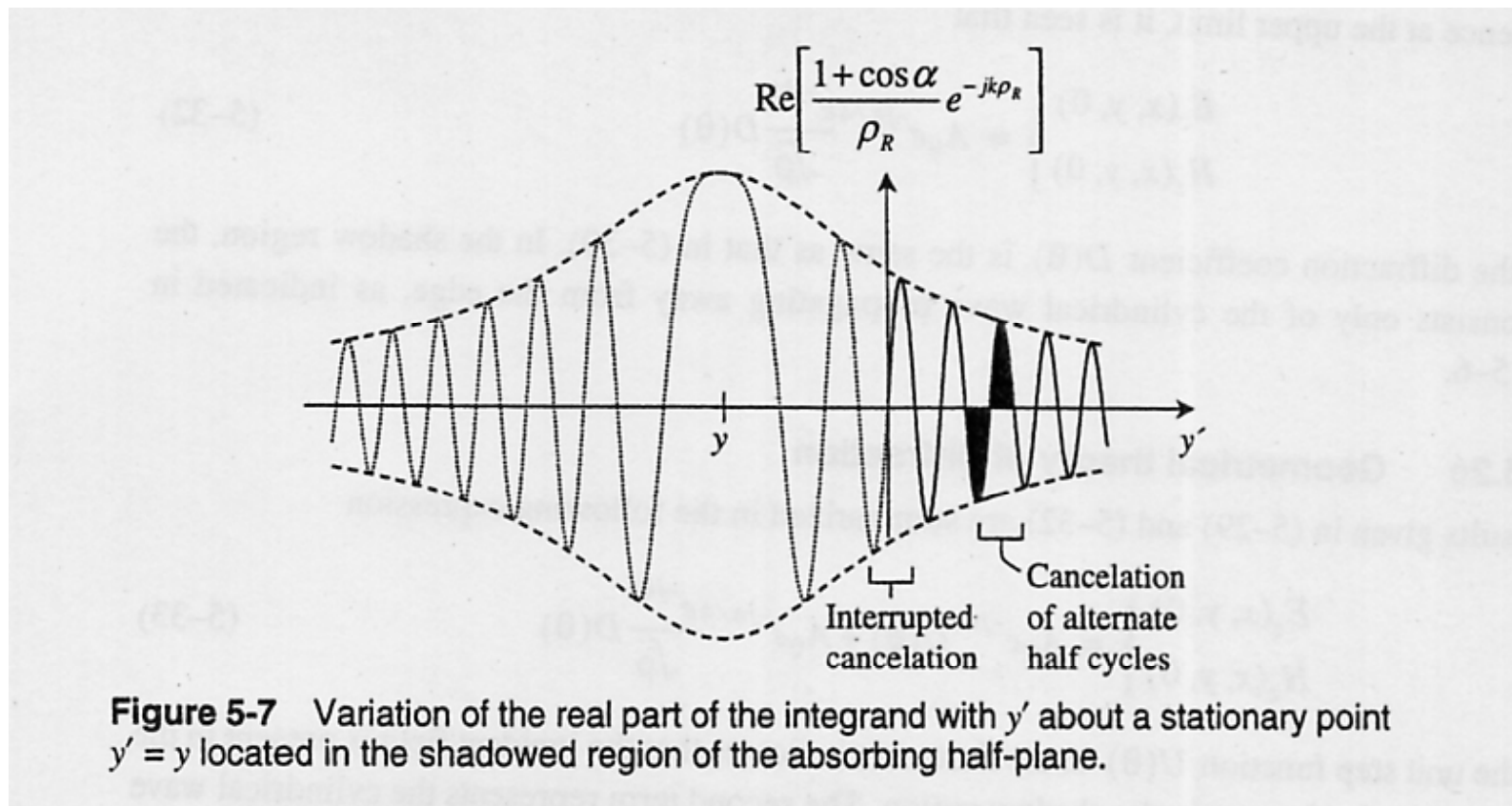
Quando $y < 0$, il punto di fase stazionaria dell'integrando giace fuori dal dominio di integrazione (sappiamo infatti che tale punto si trova nella regione $y > 0$), come suggerito in Figura per la parte reale dell'integrando.



DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione in ombra $y < 0$

Per $|y|$ abbastanza grande, il punto di fase stazionaria sarà ben separato dall'estremo di integrazione $y=0$, e quindi possiamo utilizzare l'approssimazione fatta per l'estremo di integrazione per valutare l'integrale.



DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione in ombra $y < 0$

Quindi, utilizzando l'approssimazione:

$$\rho_R = \rho - \frac{y}{\rho} y'$$

nella (3) si ottiene:

$$\left. \begin{array}{l} E_z(x, y, 0) \\ H_z(x, y, 0) \end{array} \right\} = A_0 \cdot \frac{e^{j\pi/4}}{2} \cdot \sqrt{\frac{k}{2\pi}} \cdot (1 + \cos \vartheta) \cdot \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \cdot \int_0^\infty e^{jk \frac{y}{\rho} y'} dy'$$

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione in ombra $y < 0$

Svolgendo l'integrale, assegnando anche in questo caso a k una piccola parte immaginaria negativa tendente a zero, per assicurare la convergenza per il limite superiore di integrazione (ossia per y' che tende a $+\infty$), si ha:

$$\left. \begin{array}{l} E_z(x, y, 0) \\ H_z(x, y, 0) \end{array} \right\} = A_0 \cdot e^{-j\pi/4} \cdot \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \cdot D(\mathcal{G}) \quad (6)$$

dove il coefficiente di diffrazione è lo stesso della regione illuminata.

Nella regione in ombra, il campo consiste unicamente del contributo dell'onda cilindrica che si propaga partendo dallo spigolo del semipiano

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Teoria Geometrica della diffrazione

I risultati forniti in (5) e (6) sono riassunti nella seguente espressione:

$$\left. \begin{array}{l} E_z(x, y, 0) \\ H_z(x, y, 0) \end{array} \right\} = A_0 \cdot e^{-jkx} \cdot U(\vartheta) + A_0 \cdot e^{-j\pi/4} \cdot \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \cdot D(\vartheta) \quad (7)$$

La funzione a gradino unitaria $U(\theta)$ indica che il campo incidente è presente nella regione illuminata ma non nella regione in ombra.

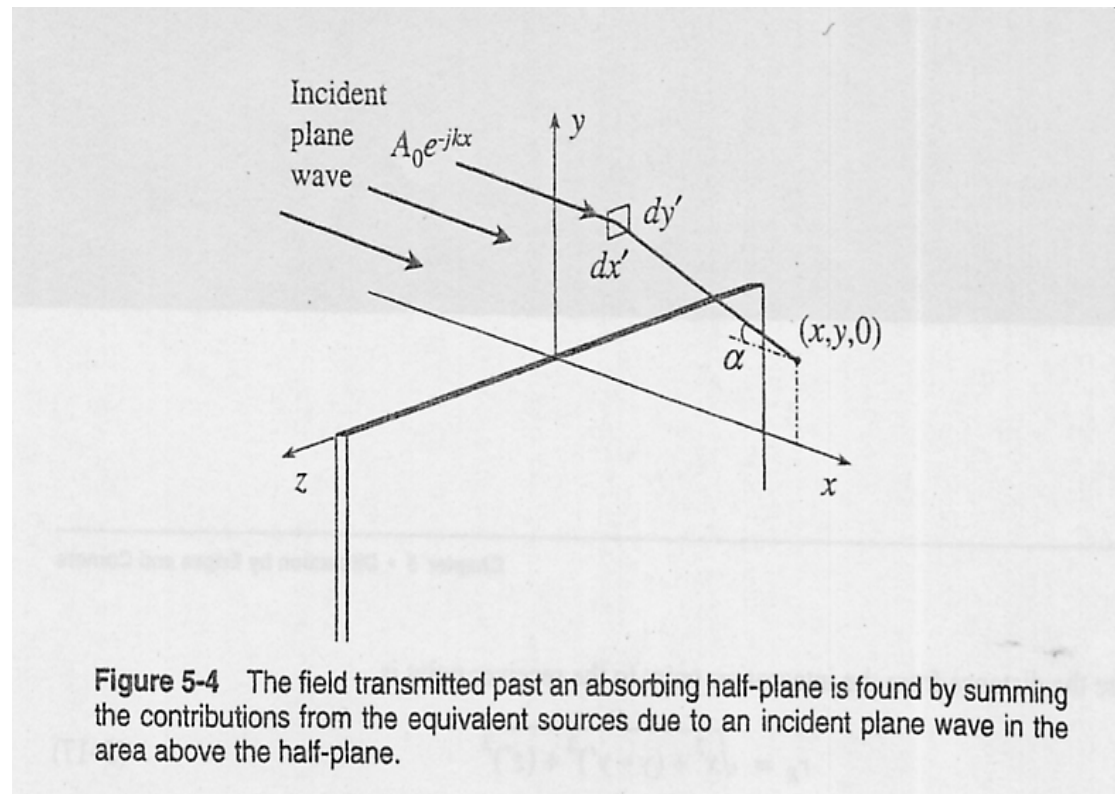
Il secondo termine rappresenta l'onda cilindrica generata dallo spigolo di diffrazione.

La (7) non è però valida vicino allo Shadow Boundary, dato che la funzione $D(\theta)$ diventa singolare in prossimità di tale confine.

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione di transizione (caso di $y > 0$):

Quando il punto di ricezione si trova vicino allo Shadow Boundary, il punto di fase stazionaria è vicino all'estremo inferiore di integrazione ($y=0$), e le valutazioni dei contributi di tale estremo di integrazione all'integrale, effettuate nella regione illuminata ed in quella in ombra, non sono più valide.



DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione di transizione (caso di $y > 0$):

Per ottenere una espressione più accurata per il contributo dell'estremo inferiore di integrazione all'integrale, che è valida per tutti i valori di y , è necessario usare una approssimazione più accurata per ρ_R ad esponente del campo diffratto.

Si ricordi che si è posto:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2};$$

$$x = \rho \cos \vartheta;$$

$$y = \rho \sin \vartheta$$

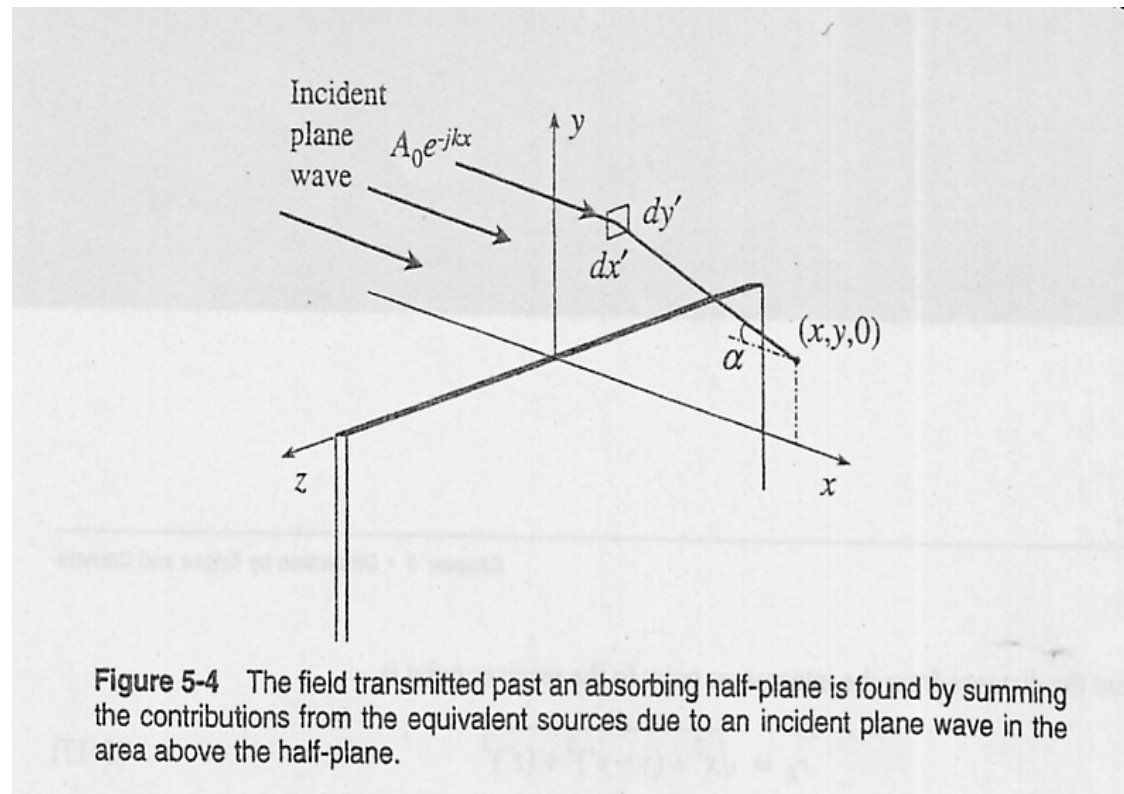
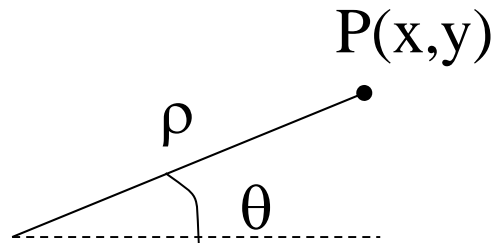


Figure 5-4 The field transmitted past an absorbing half-plane is found by summing the contributions from the equivalent sources due to an incident plane wave in the area above the half-plane.

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione di transizione (caso di $y > 0$):

Si dovrà quindi approssimare ρ_R in serie di Taylor tenendo i termini della serie fino al secondo ordine in y' .

Tale espansione assume la forma:

$$\rho_R = \sqrt{x^2 + (y - y')^2} = \sqrt{x^2 + y^2 - 2y \cdot y' + (y')^2} = \rho \sqrt{1 - 2 \frac{y \cdot y'}{\rho^2} + \frac{(y')^2}{\rho^2}}$$

Essendo (se α è piccolo): $\sqrt{1 + \alpha} \cong 1 + \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{8}\alpha^2$

Poniamo nel nostro caso: $\alpha = \frac{(y')^2}{\rho^2} - 2 \frac{y \cdot y'}{\rho^2}$

Si può inoltre scrivere (essendo $x = \rho \cos \theta$)

$$1 - \frac{y^2}{\rho^2} = \frac{\rho^2 - y^2}{\rho^2} = \frac{x^2 + y^2 - y^2}{\rho^2} = \frac{x^2}{\rho^2}$$

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione di transizione (caso di $y > 0$):

Si ottiene quindi per lo sviluppo in serie:

$$\begin{aligned}\rho_R &\cong \rho \sqrt{1 - 2 \frac{y \cdot y'}{\rho^2} + \frac{(y')^2}{\rho^2}} = \\ &= \rho \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{(y')^2}{\rho^2} - 2 \frac{y \cdot y'}{\rho^2} \right) - \frac{1}{8} \left(\frac{(y')^2}{\rho^2} - 2 \frac{y \cdot y'}{\rho^2} \right)^2 \right] = \\ &\cong \rho - \frac{y}{\rho} y' + \frac{1}{2\rho} (y')^2 - \frac{y^2}{2\rho^3} (y')^2 = \rho - \frac{y}{\rho} y' + \frac{x^2}{2\rho^3} (y')^2\end{aligned}$$

Trascuro questo termine rispetto all'altro

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione di transizione (caso di $y>0$)

Utilizzando questa espressione per ρ_R , il contributo all'integrale del campo oltre lo schermo nella (4), calcolato per $y>0$ può essere approssimato come:

$$\int_{-\infty}^0 (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{e^{-jk\rho_R}}{\sqrt{\rho_R}} dy' \cong (1 + \cos \vartheta) \cdot \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \cdot \int_{-\infty}^0 e^{-jk \left[\frac{x^2}{2\rho^3} (y')^2 - \frac{y}{\rho} y' \right]} dy' \quad (8)$$

La differenza con l'integrale precedente è data da questo termine:

$$e^{-jk \frac{x^2}{2\rho^3} (y')^2} = e^{-jk \frac{\cos^2 \vartheta}{2\rho} (y')^2}$$

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione di transizione (caso di $y > 0$)

Se si guarda la fase dell'integrale:

$$-jk \left[\frac{x^2}{2\rho^3} (y')^2 - \frac{y}{\rho} y' \right]$$

La fase è una funzione parabolica in y' , quindi la sua derivata è una retta in y' , e intersecherà sicuramente l'asse reale in un punto.

è evidente che c'è un punto stazionario, la fase si annulla, mentre prima non si annullava mai.

Quindi si sta in pratica valutando il contributo dell'estremo introducendo nell'integrale anche un punto di fase stazionaria, tenendo conto che l'estremo e il punto di fase stazionaria stanno interagendo fra loro.

Per esprimere la (8) in termini di funzioni note, completiamo il quadrato ad esponente aggiungendo e sottraendo all'esponente la quantità:

$$jS = j \frac{k\rho}{2} \frac{y^2}{x^2} = j \frac{k\rho}{2} \tan^2 \vartheta$$

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione di transizione (caso di $y>0$)

Questo approccio porta alla seguente espressione per l'integrale:

$$\int_{-\infty}^0 (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{e^{-jk\rho_R}}{\sqrt{\rho_R}} dy' \cong (1 + \cos \vartheta) \cdot \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \cdot e^{jS} \int_{-\infty}^0 e^{-j\left[\frac{x}{\rho}\sqrt{\frac{k}{2\rho}}y' - \sqrt{S}\right]^2} dy' \quad (9)$$

con S e \sqrt{S} che sono grandezze reali e positive.

La variabile di integrazione è adesso cambiata in:

$$u = -\left(\frac{x}{\rho}\sqrt{\frac{k}{2\rho}}y' - \sqrt{S}\right)$$

per la quale:

$$dy' = -\frac{\rho}{x}\sqrt{\frac{2\rho}{k}}du = -\frac{2\rho}{ky}\sqrt{S}du = -\frac{2\sqrt{S}}{k \sin \vartheta}du$$

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione di transizione (caso di $y>0$)

L'integrale relativo all'estremo di integrazione $y=0$ diviene:

$$\int_{-\infty}^0 (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{e^{-jk\rho_R}}{\sqrt{\rho_R}} dy' \cong \frac{1 + \cos \vartheta}{jk \sin \vartheta} \cdot \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \cdot F(s) \quad (10)$$

La funzione di transizione $F(s)$ è legata agli integrali di Fresnel ed è data da:

$$F(s) = 2j\sqrt{S} \cdot e^{jS} \int_{\sqrt{S}}^{+\infty} e^{-ju^2} du \quad (11)$$

Rispetto al caso precedente (cioè alla Teoria Geometrica della Diffrazione), cambia il termine $D(\theta)$ che verrà sostituito, nella Teoria uniforme della Diffrazione, da $D_t(\theta) = D(\theta) * F(s)$.

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Campo nella regione di transizione (caso di $y < 0$)

L'approccio appena descritto può essere utilizzato anche per $y < 0$. Il campo nel punto di ricezione in tal caso è dato da:

$$\left. \begin{matrix} E_z(x, y, 0) \\ H_z(x, y, 0) \end{matrix} \right\} = A_0 \cdot e^{j\pi/4} \cdot \sqrt{\frac{k}{2\pi}} \cdot \int_0^{\infty} (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{e^{-jk\rho_R}}{\sqrt{\rho_R}} dy'$$

Approssimando allo stesso modo ρ_R in serie di Taylor tenendo i termini della serie fino al secondo ordine in y' , e utilizzando tale espressione nella (3), dopo qualche passaggio si ottiene per l'integrale:

$$\int_0^{+\infty} (1 + \cos \alpha) \cdot \frac{e^{-jk\rho_R}}{\sqrt{\rho_R}} dy' \cong -\frac{1 + \cos \vartheta}{jk \sin \vartheta} \cdot \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \cdot F(s) \quad (12)$$

Nella (12), $\sin \vartheta$ è < 0 per $y < 0$, ma nella valutazione di $F(s)$ si deve ancora considerare $\sqrt{S} > 0$ nella (11), dato che S è sempre non negativa.

$$[S = \frac{k\rho}{2} \tan^2 \vartheta]$$

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Teoria Uniforme della diffrazione

Il campo totale nella regione di transizione vicino allo Shadow Boundary è pari a:

$$\left. \begin{array}{l} E_z(x, y, 0) \\ H_z(x, y, 0) \end{array} \right\} = A_0 \cdot e^{-jkx} \cdot U(\mathcal{G}) + A_0 \cdot e^{-j\pi/4} \cdot \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \cdot D_T(\mathcal{G}) \quad (13)$$

$D_T(\mathcal{G})$ è il coefficiente di diffrazione della teoria uniforme (UTD):

$$D_T(\mathcal{G}) = D(\mathcal{G}) \cdot F(S)$$

$D(\mathcal{G})$ è il coefficiente di diffrazione della GTD:

$$D(\mathcal{G}) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi k}} \cdot \frac{1 + \cos \mathcal{G}}{2 \sin \mathcal{G}}$$

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Teoria Uniforme della diffrazione

La variazione con y del modulo del campo totale nella 5.43, espresso in dB, è mostrata in Fig. 5.8 per $A_0=1$, $x=30\text{m}$ ed $f=900\text{ MHz}$.

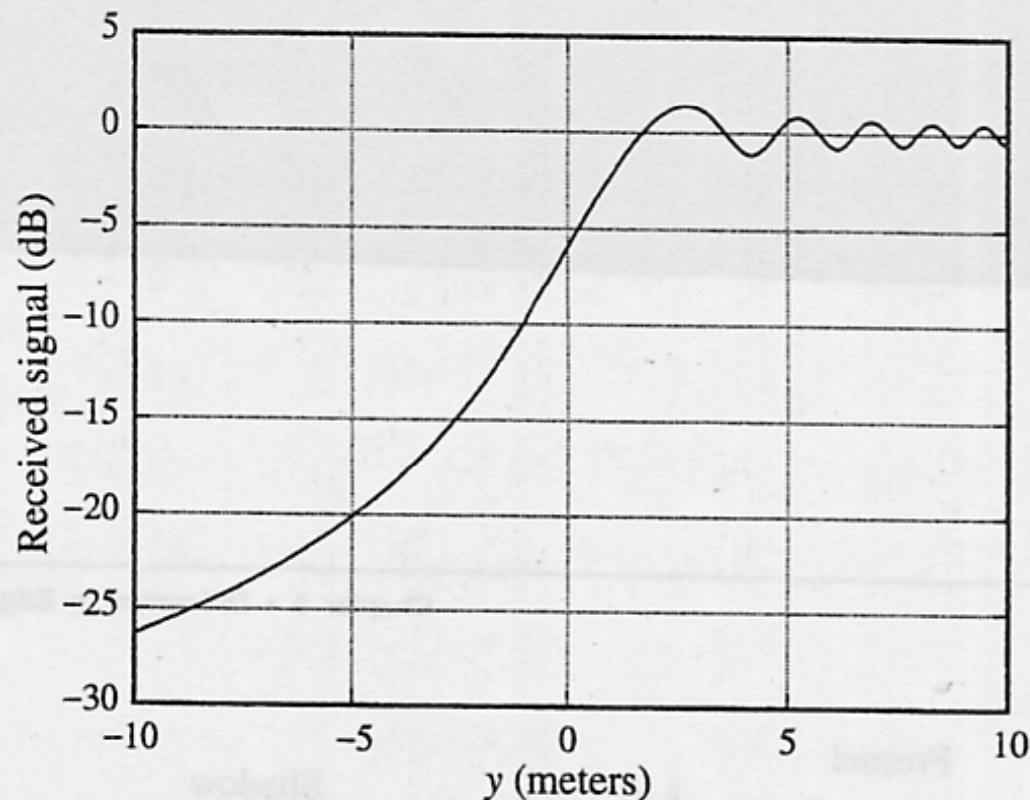


Figure 5-8 Variation of the total field with y at a distance $x = 30\text{ m}$ beyond an absorbing half-plane due to a 900-MHz plane wave of unit amplitude. The total field is $1/2$ of the incident field (-6 dB) on the shadow boundary.

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Teoria Uniforme della diffrazione

Si nota che il campo è continuo allo Shadow Boundary $y=0$, dove il valore del campo è pari ad $\frac{1}{2}$, ossia a -6dB.

Le oscillazioni attorno all'ampiezza dell'onda piana incidente che si notano nella regione illuminata sono dovute all'interferenza fra il contributo di onda diretta e il contributo di onda diffratta.

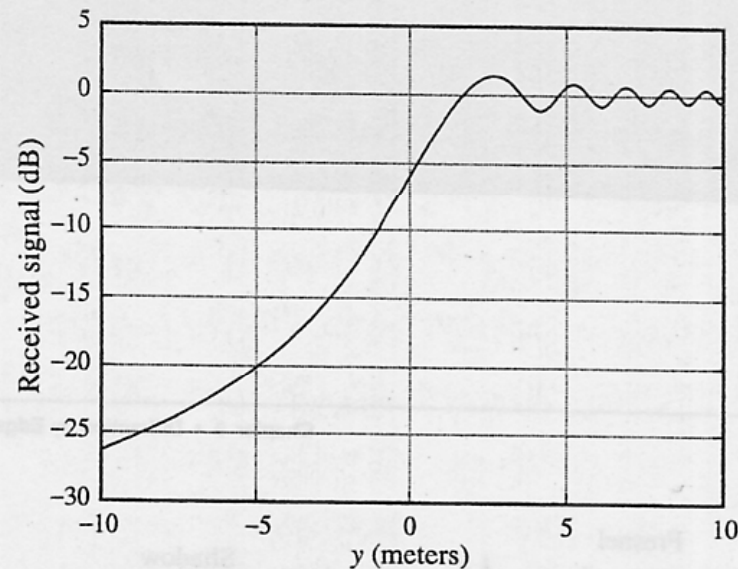


Figure 5-8 Variation of the total field with y at a distance $x = 30$ m beyond an absorbing half-plane due to a 900-MHz plane wave of unit amplitude. The total field is $\frac{1}{2}$ of the incident field (-6 dB) on the shadow boundary.

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Teoria Uniforme della diffrazione

Nella regione in ombra il campo mostra un forte decadimento monotono nell'ampiezza. Per $y = -10\text{m}$, l'angolo di diffrazione è solamente $|\theta| = 18^\circ$, e già l'ampiezza del segnale è inferiore di oltre 26 dB rispetto all'ampiezza del campo incidente.

Quindi la diffrazione dai bordi riduce significativamente il segnale ricevuto.

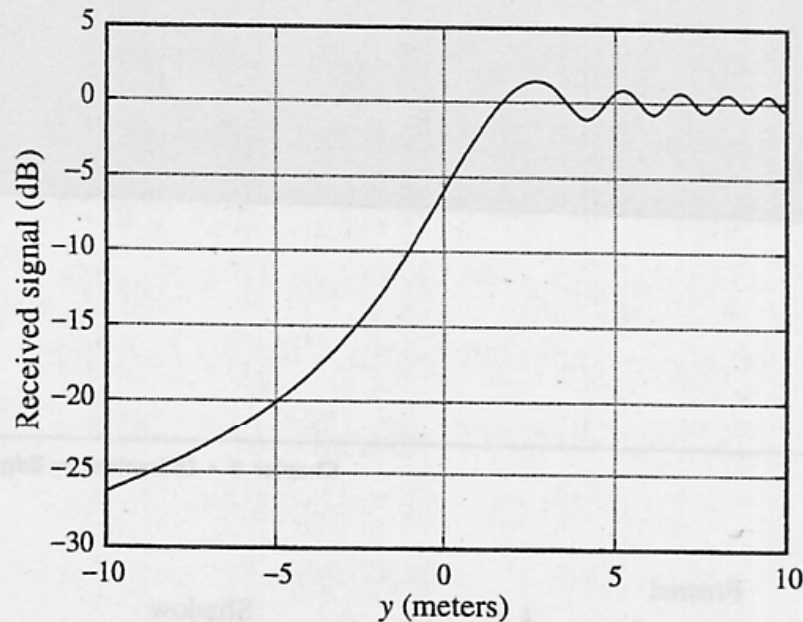


Figure 5-8 Variation of the total field with y at a distance $x = 30$ m beyond an absorbing half-plane due to a 900-MHz plane wave of unit amplitude. The total field is $1/2$ of the incident field (-6 dB) on the shadow boundary.

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Teoria Uniforme della diffrazione

La funzione di transizione $F(s)$ può essere espressa come:

$$F(S) = \sqrt{2\pi \cdot S} \cdot \left[f\left(\sqrt{2S/\pi}\right) + jg\left(\sqrt{2S/\pi}\right) \right]$$

Le funzioni $f(\xi)$ e $g(\xi)$ sono collegate agli integrali di Fresnel, e per tutti i valori positivi di ξ possono essere calcolate dalle seguenti approssimazioni:

$$f(\xi) = \frac{1 + 0.926\xi}{2 + 1.792\xi + 3.104\xi^2}$$

$$g(\xi) = \frac{1}{2 + 4.142\xi + 3.492\xi^2 + 6.670\xi^3}$$

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Teoria Uniforme della diffrazione

In punti molto vicini allo Shadow Boundary, dove $S \ll 1$ (infatti vicino allo SB θ , ossia y , è piccolo, ed essendo S proporzionale ad y , è anche essa piccola), le funzioni $f(\xi)$ e $g(\xi)$ assumono valori prossimi ad $1/2$ (essendo $\xi = \sqrt{2S/\pi}$, se $S \ll 1$, anche $\xi \ll 1$), e quindi:

$$F(s) \cong \sqrt{\pi \cdot S} \cdot e^{j\pi/4} = \sqrt{\pi \cdot \frac{k\rho}{2}} \cdot |\tan \vartheta| \cdot e^{j\pi/4}$$

Il campo totale è quindi continuo attraverso lo Shadow Boundary ed è uguale a metà dell'onda incidente in corrispondenza del confine. Infatti si ha:

$$A_0 \cdot e^{-j\pi/4} \cdot \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \cdot D(\vartheta) \cdot F(S) \cong$$

[Si ha $y \cong 0$, $\theta \cong 0$, $\rho \cong x$]

$$\cong A_0 \cdot e^{-j\pi/4} \cdot \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{2\pi k}} \cdot \frac{1 + \cos \vartheta}{2 \sin \vartheta} \right) \cdot \left(\sqrt{\pi \cdot \frac{k\rho}{2}} \cdot |\tan \vartheta| \cdot e^{j\pi/4} \right)$$

$$\cong A_0 \cdot e^{-jkx} \cdot \left(-\frac{1}{2 \sin \vartheta} \right) \cdot |\tan \vartheta| \cong -\frac{1}{2} A_0 \cdot e^{-jkx} \cdot \operatorname{sgn} \vartheta$$

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Teoria Uniforme della diffrazione

Nelle approssimazioni precedenti si è tenuto conto del fatto che nella zona dello Shadow Boundary $y \cong 0$, $\theta \cong 0$ e quindi anche $\rho \cong x$.

Il campo totale è quindi espresso nella zona dello SB dalla:

$$\left. \begin{matrix} E_z(x, y, 0) \\ H_z(x, y, 0) \end{matrix} \right\} \cong A_0 \cdot e^{-jkx} \cdot \delta_{-1}(\mathcal{G}) - \frac{1}{2} A_0 \cdot e^{-jkx} \cdot \text{sgn } \mathcal{G} = A_0 \cdot e^{-jkx} \cdot \left[\delta_{-1}(\mathcal{G}) - \frac{1}{2} \text{sgn } \mathcal{G} \right]$$

E si ha:

$$\delta_{-1}(\mathcal{G}) - \frac{1}{2} \text{sgn } \mathcal{G} = \begin{cases} 1 - 1/2 = 1/2 & \text{per } \mathcal{G} = 0^+ \\ 0 - (-1/2) = 1/2 & \text{per } \mathcal{G} = 0^- \end{cases}$$

Ossia si ottiene un campo totale continuo attraverso lo Shadow Boundary e pari a metà dell'onda incidente in corrispondenza del confine.

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Teoria Uniforme della diffrazione

Quando S è grande, la funzione di transizione può esser approssimata da una serie di potenze negative di S , e i primi due termini di tale serie sono:

$$F(S) = 1 + j \frac{1}{2S}$$

Quindi al di fuori da una regione di transizione attorno allo Shadow Boundary, la funzione di transizione è prossima ad 1, e $D_T(\vartheta)$ è prossimo a $D(\vartheta)$, ossia la UTD converge alla GTD.

Dato che la espressione del campo precedentemente ricavata:

$$\left. \begin{array}{l} E_z(x, y, 0) \\ H_z(x, y, 0) \end{array} \right\} = A_0 \cdot e^{-jkx} \cdot U(\vartheta) + A_0 \cdot e^{-j\pi/4} \cdot \frac{e^{-jk\rho}}{\sqrt{\rho}} \cdot D_T(\vartheta)$$

è valida vicino allo Shadow Boundary e nelle due regioni illuminata ed in ombra, essa rappresenta la soluzione della teoria uniforme della diffrazione.

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Teoria Uniforme della diffrazione

La funzione di transizione $F(S)$ sarà prossima ad 1 quando $S > \pi$, essendo:

$$F(S = \pi) = 1 + j \frac{1}{2\pi} \quad \longrightarrow \quad |F(\pi)| = \sqrt{1 + \frac{1}{4\pi^2}} \cong 1 + \frac{1}{8\pi^2} = 1.00127$$

e quindi si ha un valore diverso solamente dell'1.27% rispetto al caso di assenza di interferenza (ovvero rispetto alla GTD).

Se definiamo la regione di transizione mediante la condizione $S \leq \pi$ e notiamo che per y piccolo si ha, essendo nella zona dello Shadow Boundary $y \cong 0$, $\theta \cong 0$ e quindi anche $\rho \cong x$:

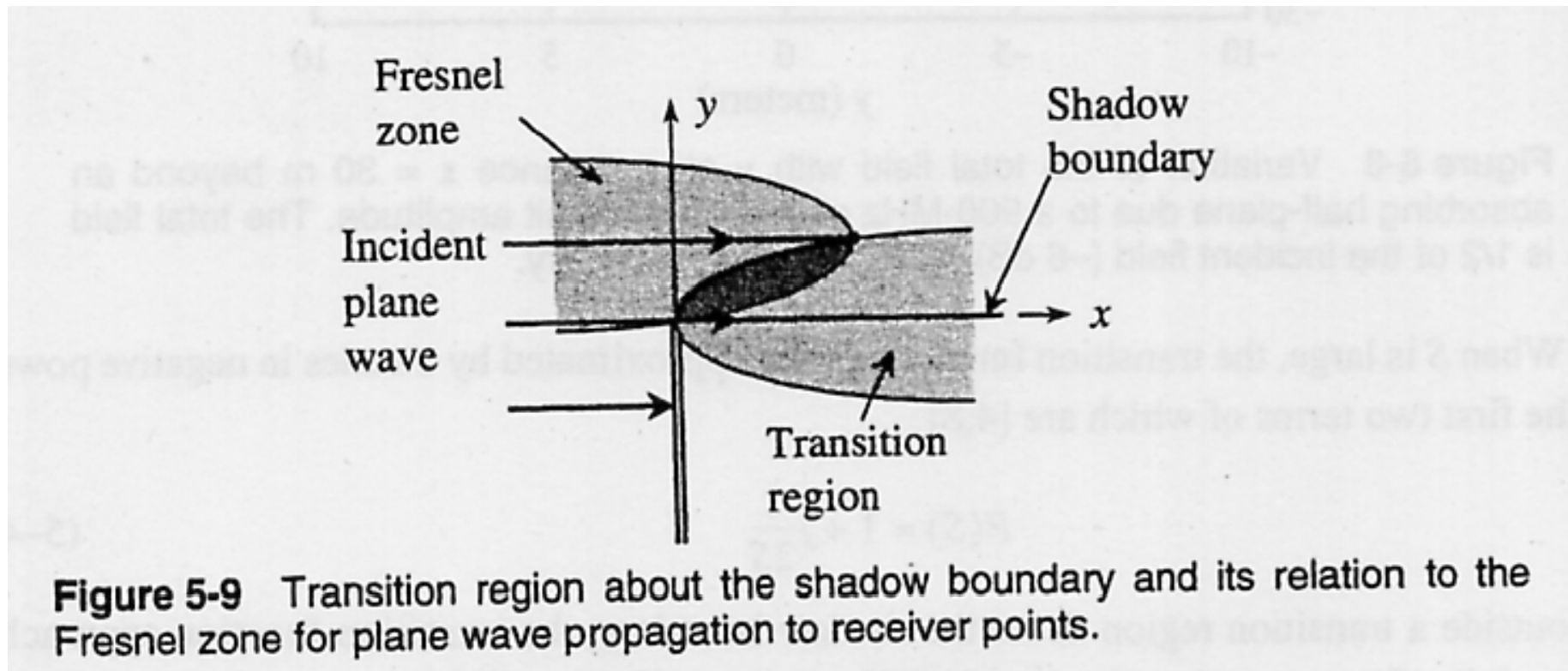
$$S = \frac{k\rho}{2} \frac{y^2}{x^2} \cong \frac{2\pi}{\lambda} \frac{x}{2} \frac{y^2}{x^2} = \frac{\pi \cdot y^2}{\lambda \cdot x}$$

la larghezza della regione di transizione è pari a:

$$S \leq \pi \longrightarrow \frac{\pi \cdot y^2}{\lambda \cdot x} \leq \pi \longrightarrow y^2 \leq \lambda \cdot x \quad \longrightarrow \quad |y| = \sqrt{\lambda \cdot x}$$

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Teoria Uniforme della diffrazione



La regione di transizione è costituita dai punti (x,y) che soddisfano l'uguaglianza e tale curva corrisponde a una parabola con asse lo Shadow Boundary.

Questa regione è tanto più larga quanto maggiore è la lunghezza d'onda.

DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

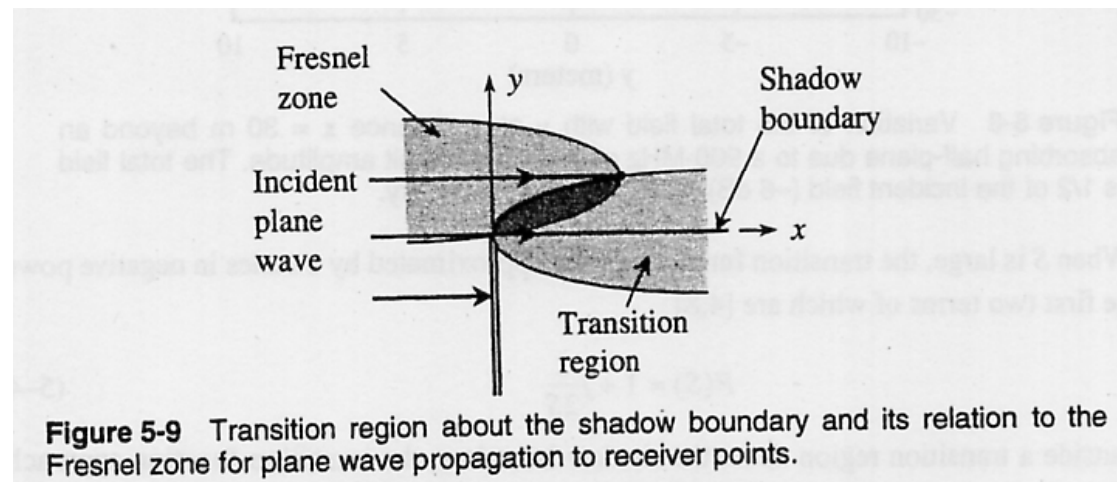
Teoria Uniforme della diffrazione

La presenza di questa regione di transizione può essere spiegata in termini di zona di Fresnel attorno al raggio di onda piana.

$$2w_{F1} = \sqrt{\lambda \cdot r} \text{ (Prima Zona Fresnel)} \leftrightarrow \text{(Regione di Transizione)} y = \sqrt{\lambda \cdot x}$$

Si consideri un punto di ricezione posto sul confine superiore della regione di transizione, come mostrato nella figura, in cui è anche mostrata la zona di Fresnel per tale punto.

Lo spigolo del semipiano, causa della diffrazione, giace sul confine della zona di Fresnel.

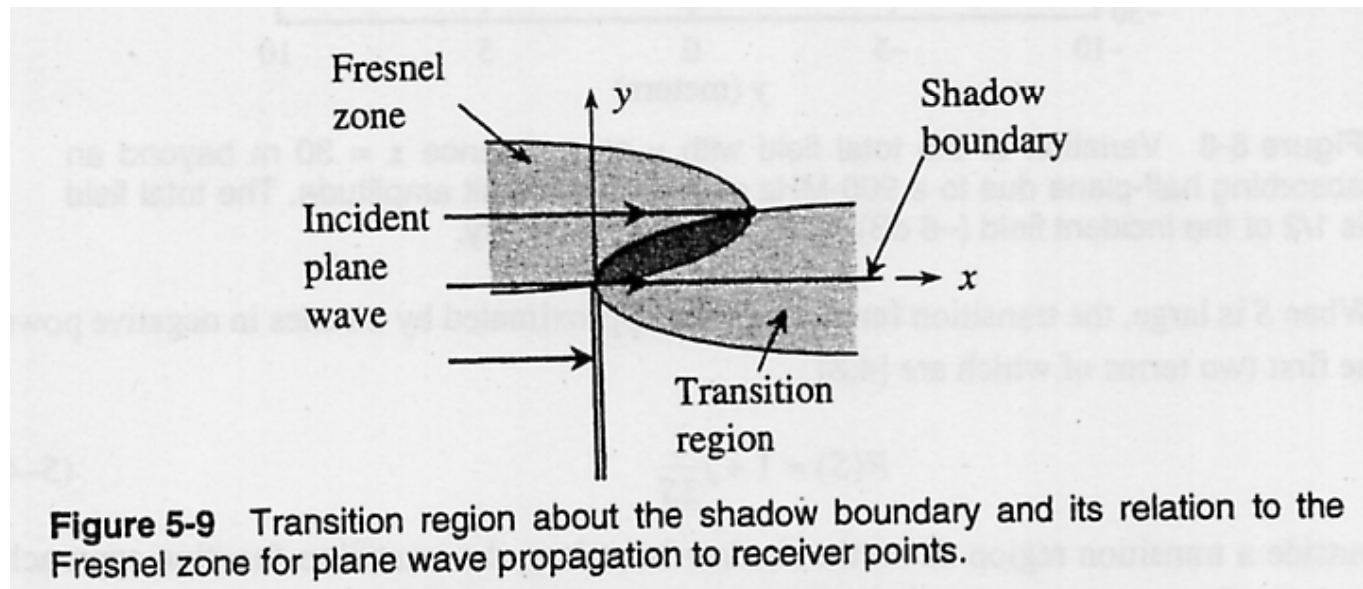


DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Teoria Uniforme della diffrazione

Se tale spigolo fosse sollevato e giacesse all'interno della zona di Fresnel, il punto di ricezione giacerebbe nella regione di transizione dello spigolo, e il raggio diretto nella zona illuminata sarebbe distorto.

Se invece il punto di ricezione fosse posto sul confine inferiore della regione di transizione, lo spigolo occluderebbe la zona di Fresnel del raggio diretto, eliminando completamente il contributo di onda diretta nel punto di ricezione (si riceverebbe cioè il solo contributo dovuto alla diffrazione).



DIFFRAZIONE DA UNO SCHERMO

Teoria Uniforme della diffrazione

Per esempio, se $x=30$ m e $f=900$ MHz, che sono i dati utilizzati per ottenere la curva di Figura, i confini della regione di transizione si troverebbero in $y = \pm\sqrt{\lambda \cdot x} = \pm 3.16$, e dalla Figura si vede che tali confini si trovano proprio dopo il primo picco della curva nella regione illuminata ($y=3.16$ m) e nel punto a -16 dB della regione in ombra ($y=-3.16$ m).

